

Simulación de la marcha bípeda humanoide para docencia en robótica

González, R. A.^{a,*}, García-Mañas, F.^a, Rodríguez, F.^a, Guzmán Sánchez, J.L.^a

^aUniversidad de Almería, Departamento de Informática, CIESOL, ceiA3, Crta. Sacramento s/n, 04120 Almería, España.

Resumen

Este artículo presenta el análisis de los modos de caminar para las piernas del robot humanoide Robonova-I. En el presente trabajo se han analizado diversos métodos que permiten resolver tanto el problema cinemático directo como inverso, así como las trayectorias que deben recorrer la pelvis y el pie flotante del humanoide para realizar un movimiento de marcha en línea recta. Con el fin de resolver la cinemática directa se ha utilizado la metodología de la teoría de tornillos, mientras que para la cinemática inversa se ha hecho uso del método Newton-Raphson aplicado a la teoría de tornillos. De esta manera, se ha creado un simulador capaz de reproducir el ciclo completo de marcha mediante tres tipos de pasos: paso de puesta en marcha, paso normal y paso de paro, permitiendo la modificación de parámetros como la longitud del paso, el tiempo de paso o la altura del pie. Además, se presenta una aplicación docente para el simulador en una asignatura de grado universitario.

Palabras clave: Robótica educativa, Teoría de tornillos, Álgebra de Lie, Cinemática inversa

Humanoid biped walking simulation for robotics education

Abstract

This paper presents the analysis of the walking modes for the legs of the Robonova-I humanoid robot. In this work, several methods have been analysed to solve both the direct and inverse kinematic problem and the trajectories that the pelvis and the floating foot of the humanoid must travel to perform a straight-line walking motion. To solve the direct kinematics, the screw theory methodology has been used, while for the inverse kinematics the Newton-Raphson method applied to the screw theory has been used. In this way, a simulator has been created capable of reproducing the complete walking cycle using three types of steps: start-up step, normal step, and stop step, allowing the modification of parameters such as the length, the time or the height of the step. In addition, a teaching application for the simulator in an undergraduate course is presented.

Keywords: Educational robotics, Screw theory, Lie algebra, Inverse kinematics

1. Introducción

En las últimas décadas, la industria ha realizado tantos avances en la construcción de robots humanoides que se hace necesario plantearse cuál podría ser el papel de dichos robots en el futuro. Es por ello que el objetivo actual de muchos investigadores en robótica es construir robots que se parezcan a las personas, tanto en su comportamiento como en su cuerpo. La ventaja principal de la utilización de robots humanoides es que pueden trabajar directamente en el mismo entorno que los humanos, sin necesidad de realizar modificaciones sobre dicho entorno, por la gran similitud que existe entre ambos.

El estudio de la locomoción bípeda es una temática recurrente en robótica, tanto por su interés científico como por las

múltiples aplicaciones en entornos humanoides (Mejía et al., 2014). La resolución de problemas como la cinemática directa e inversa, la generación de trayectorias y la programación de movimientos articulares constituye una base fundamental en la formación en robótica. En el estudio de la estabilidad de robots humanoides, el concepto de Zero Moment Point (ZMP), introducido por Vukobratovic (Vukobratović and Stepanenko, 1972), es de gran relevancia. El ZMP representa el punto en el suelo tal que el momento neto de las fuerzas externas no tiene componente sobre los ejes horizontales, es decir, se trata de un punto en el que la reacción del suelo sobre la superficie de apoyo del robot se reduce a una única fuerza vertical. Se ha de destacar que cuanto mayores son las dimensiones del robot hu-

*Autor para correspondencia: r.gonzalez@ual.es

manóide, más complejo es el problema de la estabilidad. Es por ello que predominan los robots humanoídes pequeños, como el Robonova-I desarrollado por Hitec (ver Figura 1) que se utilizará como modelo para el simulador que se desarrollará en este trabajo.

Existen numerosas investigaciones en el ámbito universitario en las que se desarrollan simuladores para robots humanoídes con diferentes métodos, aunque son más abundantes los simuladores para robots manipuladores. Entre las distintas herramientas matemáticas utilizadas para la implementación de este tipo de simuladores se encuentran la formulación de parámetros de Denavit-Hartenberg (DH) (Ali et al., 2010), la formulación de Newton-Euler (Tsagarakis et al., 2010) o la aplicación de los Grupos de Lie a la robótica mediante la teoría de tornillos y el producto de exponenciales (POE) (Gotor, 2005), la cual será utilizada en este trabajo.

En los estudios de ingeniería, la robótica suele abordarse desde una perspectiva mayoritariamente teórica, centrada en el análisis y resolución matemática de problemas cinemáticos y dinámicos. No obstante, el aprendizaje significativo de estos contenidos requiere de una componente práctica que permita visualizar y manipular modelos, validando así su funcionamiento. Las restricciones de tiempo, recursos o disponibilidad de robots reales hacen que en muchas ocasiones el alumnado no tenga oportunidad de interactuar con sistemas físicos complejos. En este sentido, una herramienta de simulación que reproduzca el comportamiento de un robot humanoíde puede resultar especialmente útil.

En este trabajo se presenta una herramienta de simulación de la cinemática de las piernas de un robot humanoíde bípedo que permite analizar los modos de caminar del robot Robonova-I. La herramienta propuesta permite al estudiante experimentar con los parámetros de la marcha, observar los efectos de la planificación de trayectorias y reforzar la comprensión de conceptos clave como la planificación de trayectorias, la cinemática inversa o la interpolación. Además, su diseño modular facilita su integración en prácticas de laboratorio. En particular, en la Universidad de Almería, su aplicación resulta especialmente pertinente en la asignatura de Robótica, correspondiente al cuarto curso del Grado en Ingeniería Electrónica Industrial y Automática. En esta asignatura se trabaja con simuladores de robots manipuladores, por lo que la incorporación de simuladores para robots humanoídes permitiría ampliar el enfoque hacia escenarios más diversos y complejos, favoreciendo así un aprendizaje más completo y vinculado al entorno profesional. Este trabajo pertenece a la sesión de comunicación en Robótica.

2. Materiales y Métodos

2.1. Descripción del Robonova-I

El Robonova-I (ver Figura 1) es un robot humanoíde de pequeño tamaño diseñado para fines educativos y de investigación básica. Cuenta con 16 grados de libertad distribuidos en brazos, piernas y cuello, y está equipado con servomotores Hitec HSR-8498HB, controlados mediante una placa programable compatible con lenguaje ROS.

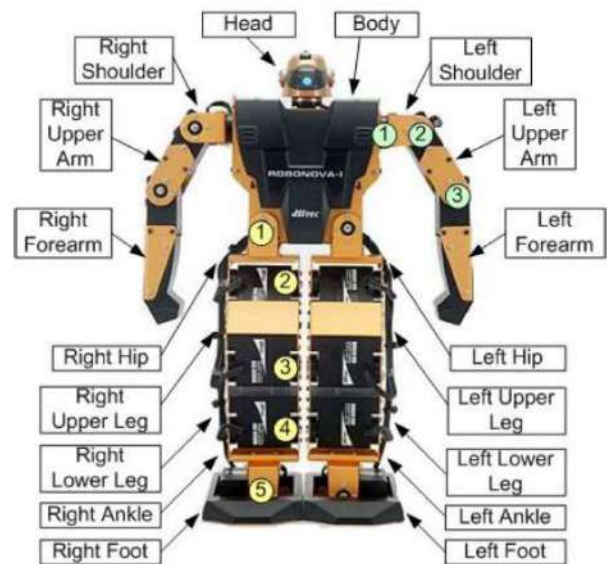


Figura 1: Eslabones y articulaciones del Robonova-I. Fuente (Limón, 2009)

Para el estudio de la locomoción bípeda, se emplean exclusivamente los diez grados de libertad de las piernas (cinco por pierna), centrando la atención en el plano sagital. Esta simplificación permite modelar la marcha sin incurrir en la complejidad del equilibrio dinámico tridimensional.

La estructura del robot está fabricada en aluminio, con dimensiones aproximadas de 30 cm de altura y 1,5 kg de peso. Su tamaño compacto y facilidad de programación lo convierten en una plataforma idónea para prácticas de robótica, permitiendo observar directamente la relación entre los modelos cinemáticos y el movimiento físico.

2.2. Cinemática directa

El estudio de la marcha bípeda requiere conocer la posición y orientación del pie (efector final) en función de los ángulos de las articulaciones que lo componen. Para ello, se emplea un modelo geométrico del robot que permita calcular dicha configuración a partir de sus variables articulares. En este trabajo se ha optado por utilizar la teoría de tornillos como marco matemático para abordar este problema (Lynch and Park, 2017).

La teoría de tornillos proporciona una formulación matemática robusta y compacta para describir el movimiento de cuerpos rígidos en el espacio tridimensional. Su fundamento se apoya en la estructura del grupo de Lie $SE(3)$, que representa el conjunto de transformaciones rígidas (rotaciones y traslaciones), y su álgebra asociada $se(3)$, donde se definen los denominados *twists*.

Cada articulación rotacional del robot se asocia a un *twist* $\hat{\xi}_i$, que encapsula su eje de rotación y el punto por el que pasa dicho eje. A partir de estos *twists*, se puede calcular la posición y orientación del pie respecto al cuerpo del robot mediante una secuencia de rotaciones y desplazamientos encadenados, utilizando la conocida fórmula del producto de exponenciales (POE):

$$T(\theta) = e^{\hat{\xi}_1\theta_1} \cdot e^{\hat{\xi}_2\theta_2} \cdot e^{\hat{\xi}_3\theta_3} \cdot M \quad (1)$$

donde θ_i es el ángulo articular de la articulación i , y M representa la configuración inicial del pie cuando el robot está en posición de reposo ($\theta_i = 0$).

Esta formulación permite calcular de forma precisa la posición del pie durante todo el ciclo de marcha, ofreciendo un marco coherente y generalizable para cadenas cinemáticas abiertas.

Aunque el método clásico de DH es ampliamente utilizado por su simplicidad y tradición, especialmente en contextos docentes introductorios, presenta limitaciones al modelar configuraciones tridimensionales complejas, como las presentes en robots humanoides (Lynch and Park, 2017). La teoría de tornillos, en cambio, ofrece una formulación más general y flexible, que facilita el modelado de movimientos en el espacio sin necesidad de imponer condiciones geométricas estrictas entre articulaciones. Por ello, ha sido empleada en este trabajo como base para el modelado cinemático del robot.

2.3. Cinemática inversa

La cinemática inversa consiste en calcular los valores articulares que permiten alcanzar una posición y orientación deseadas del pie del robot. A diferencia de la cinemática directa, este problema puede tener múltiples soluciones, o incluso no tener ninguna si el objetivo se encuentra fuera del espacio de trabajo.

En este trabajo se ha empleado el método de Newton-Raphson formulado en el marco de la teoría de tornillos. Este método corrige iterativamente los ángulos articulares para minimizar el error entre la configuración actual del pie y la deseada. Ambas configuraciones se representan mediante matrices de transformación homogénea $T \in SE(3)$ que codifican la posición y la orientación en el espacio tridimensional.

La actualización de los ángulos se realiza mediante:

$$\Delta\theta = J_s^\dagger \cdot \text{Log}(T_d^{-1}T(\theta)) \quad (2)$$

donde T_d es la pose deseada, $T(\theta)$ la pose actual, $J_s^\dagger$ la pseudo-inversa del jacobiano espacial.

Este procedimiento iterativo permite resolver casos en los que no existe una solución analítica, facilitando la visualización de la convergencia, la sensibilidad a condiciones iniciales y el análisis de la viabilidad geométrica. Por ello, resulta especialmente adecuado como recurso didáctico en cursos de robótica.

2.4. Análisis de los modos de caminar

Una vez resueltos los problemas de cinemática directa e inversa, es fundamental abordar la planificación del movimiento de las piernas para lograr un patrón de marcha bípedo. El objetivo es obtener un movimiento sencillo que permita al robot caminar en línea recta de forma estable.

Tras analizar distintas estrategias de planificación, se ha optado por la generación explícita de trayectorias deseadas para el pie flotante y la pelvis. Estas trayectorias se definen a partir de un conjunto reducido de puntos clave, como la longitud, el tiempo o la altura del paso. A partir de ellos se genera una trayectoria completa (Limón, 2009).

Un patrón de marcha en línea recta puede modelarse en el plano sagital (XY); sin embargo, para mantener la estabilidad estática del robot, también se introducen trayectorias laterales en el plano frontal (YZ), para la pelvis. Así, se definen tres tipos de pasos: puesta en marcha, marcha normal y paro. Cada

uno presenta variaciones en los parámetros de trayectoria (como la longitud del paso o la altura del pie) para adaptarse a su función dentro del ciclo de locomoción. Todos estos pasos se definen haciendo uso de la interpolación polinómica cúbica:

$$q(t) = q_0 + \dot{q}_0 t + \left[3(q_f - q_0) - 2\dot{q}_0 t_f - \dot{q}_f t_f \right] \frac{t^2}{t_f^2} + \left[2(q_0 - q_f) + (\dot{q}_0 + \dot{q}_f)t_f \right] \frac{t^3}{t_f^3} \quad (3)$$

donde q_0 y q_f representan la posición inicial y final, respectivamente; $\dot{q}_0$ y $\dot{q}_f$ son las velocidades inicial y final; t es el tiempo actual dentro del intervalo de interpolación, y t_f es el tiempo total que dura dicho intervalo. Esta formulación permite generar trayectorias suaves y continuas que cumplen condiciones de contorno tanto en posición como en velocidad.

Una vez definidas las trayectorias de la pelvis y del pie flotante, se resuelve la cinemática inversa de forma repetida para obtener los ángulos articulares necesarios en cada instante del movimiento. Como las trayectorias están definidas con respecto al pie que está apoyado en el suelo, hay que tener en cuenta qué pierna actúa como soporte en cada fase del paso. Por ello, el sistema de referencia cambia durante el ciclo de marcha: primero se considera el pie derecho como base, luego el izquierdo, y así sucesivamente. Este cambio de referencia es necesario para calcular correctamente el movimiento de la pelvis y asegurar que el robot mantenga la coherencia en su desplazamiento. Esta estructura por fases facilita su comprensión e implementación, especialmente en entornos educativos, donde se busca que el alumno entienda cómo se compone un ciclo de marcha sin necesidad de profundizar en control dinámico o modelos complejos.

2.5. Herramientas de simulación

Para la implementación de todos los métodos explicados en la Sección 2 se ha hecho uso del software MATLAB (MathWorks, 2025). Para la resolución de la cinemática directa e inversa mediante teoría de tornillos se ha utilizado la librería Modern Robotics: Mechanics, Planning and Control (Lynch and Park, 2017).

3. Resultados

3.1. Simulador

Como resultado, se ha desarrollado un simulador capaz de reproducir los tres tipos de paso descritos anteriormente. En cada uno de ellos, el pie ejecuta las fases de despegue, vuelo y aterrizaje, mientras que la pelvis avanza de forma coordinada para garantizar la estabilidad del sistema. Las trayectorias correspondientes se calculan en los planos sagital (XY) y frontal (YZ).

La marcha completa se genera como una sucesión de pasos. El primer paso (puesta en marcha) eleva un pie desde la posición inicial en reposo. El paso normal se repite tantas veces como indique el usuario, y el paso de parada reduce progresivamente el movimiento hasta detener al robot en posición estable. Las Figuras 2 y 3 muestran las posiciones inicial y final, respectivamente, de un paso de puesta en marcha.

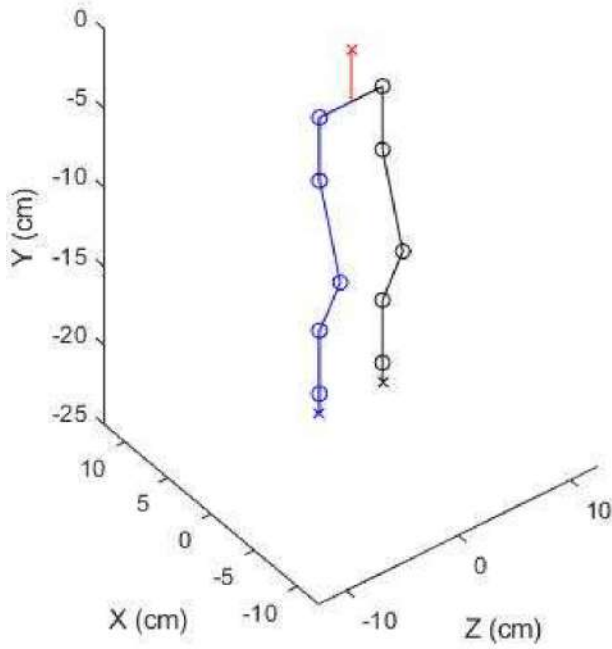


Figura 2: Posición inicial paso de puesta en marcha (XYZ).

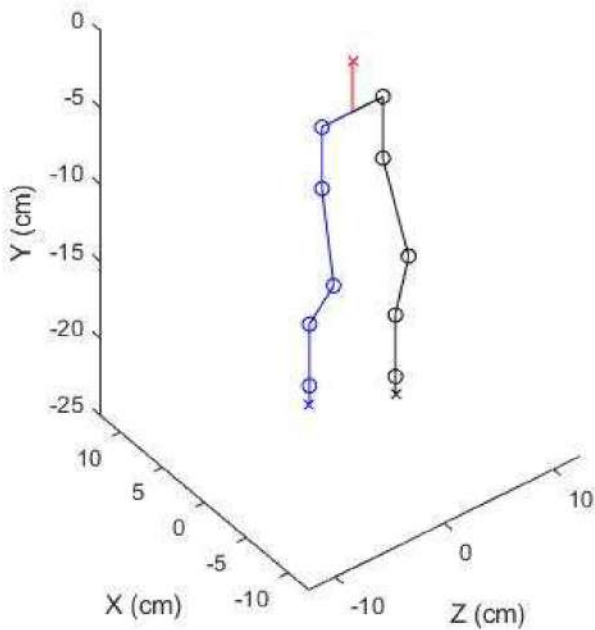


Figura 3: Posición final paso de puesta en marcha (XYZ).

Desde las funciones implementadas en MATLAB se pueden modificar parámetros como la longitud del paso, la altura máxima del pie durante el vuelo, el desplazamiento lateral de la pelvis o el número de pasos. Estas configuraciones permiten observar distintos estilos de marcha y analizar su impacto sobre la trayectoria resultante.

Las animaciones generadas muestran el movimiento completo del robot desde una vista lateral y superior, facilitando su análisis cualitativo. Las trayectorias seguidas en los planos XY e YZ durante un paso de puesta en marcha pueden observarse en las Figuras 4 y 5 respectivamente, las cuales reflejan un

comportamiento suave y continuo.

Además del movimiento seguido por las piernas del robot humanoide durante la fase de puesta en marcha, en la Figura 6 se presentan los valores articulares correspondientes a cada una de las articulaciones de la pierna izquierda. Se omiten los valores de la pierna derecha ya que son muy similares a los mostrados para la pierna izquierda. Por otro lado, la Figura 7 muestra las trayectorias seguidas tanto por el pie flotante como por la pelvis, lo que permite analizar el desplazamiento relativo entre ambos segmentos durante la fase inicial del ciclo de marcha.

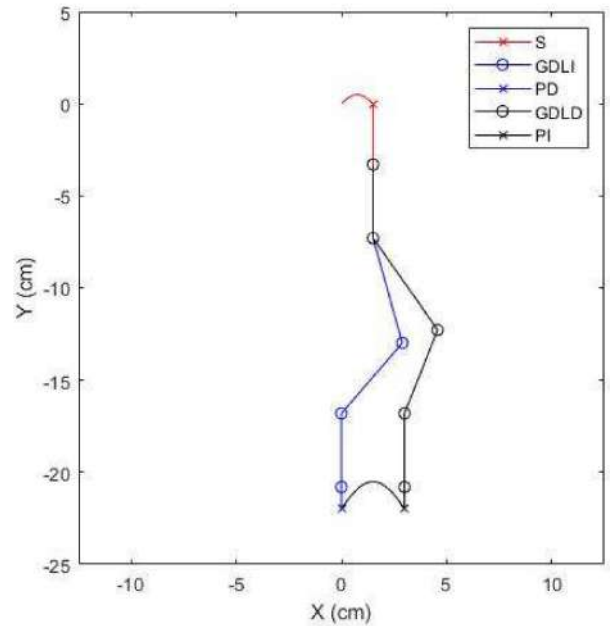


Figura 4: Trayectoria seguida por el pie flotante y la pelvis en un paso de puesta en marcha (XY).

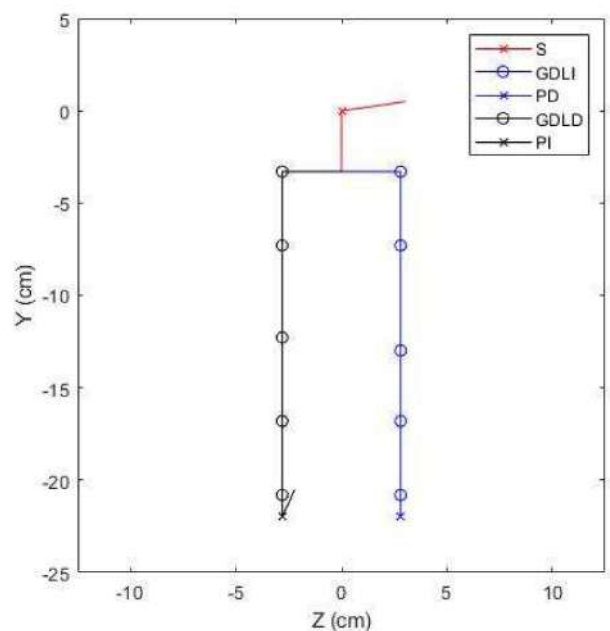


Figura 5: Trayectoria seguida por el pie flotante y la pelvis en un paso de puesta en marcha (YZ).

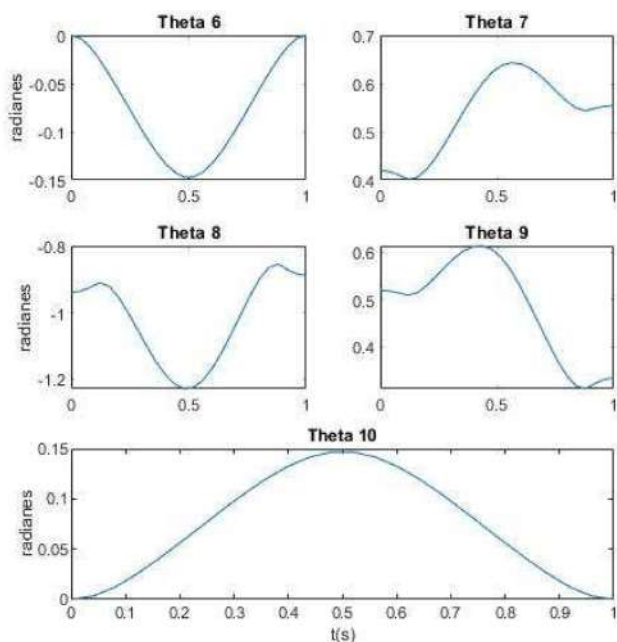


Figura 6: Trayectoria de cada una de las articulaciones de la pierna izquierda durante el paso de puesta en marcha

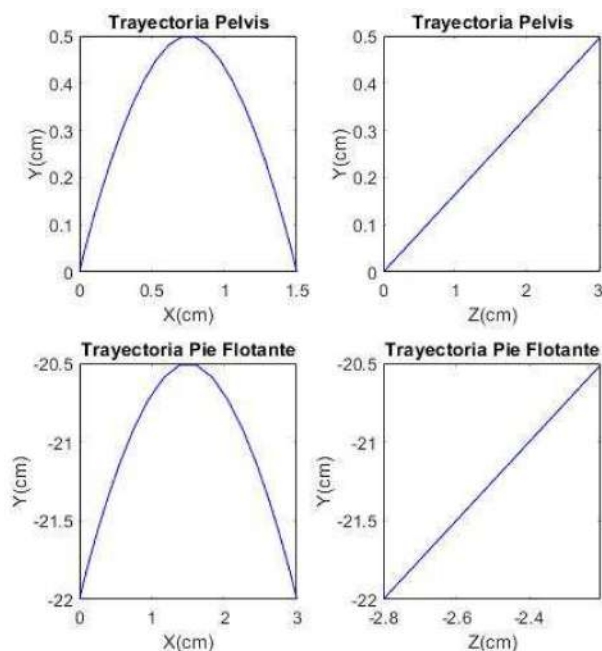


Figura 7: Trayectorias seguidas por el pie flotante y la pelvis durante el paso de puesta en marcha

3.2. Aplicación docente

A partir del simulador desarrollado, se plantea una propuesta de implementación docente en el contexto del Grado en Ingeniería Automática y Electrónica de la Universidad de Almería, concretamente en la asignatura de Robótica de cuarto curso (código 43104216). Esta propuesta busca integrar el simulador como recurso didáctico para reforzar contenidos teóricos y prácticos relacionados con la locomoción en robots móviles.

En la parte teórica, se propone la inclusión del Tema 6: Robótica bípida, dentro del Bloque II – Robótica móvil (des-

plazando el actual Tema 6 al Tema 7 de la asignatura). En este apartado se introducen los fundamentos básicos de los robots bípodos, estructurados en los siguientes contenidos:

1. Introducción a la cinemática de robots bípodos simples.
2. Álgebra de Lie y teoría de tornillos aplicada a la cinemática de robots.
3. El concepto del centro de masa y la estabilidad estática en robots bípodos.
4. Introducción a los modos de caminar y generación de trayectorias en robots bípodos.

De forma complementaria, se propone una actividad práctica basada en el uso del robot humanoide *Robonova-I*, con el objetivo de reforzar los conceptos teóricos mediante una experiencia interactiva. Esta práctica se compone de los siguientes ejercicios:

1. Modificación de parámetros cinemáticos: los alumnos ajustan parámetros como la altura de la pelvis o la longitud del paso y observan el efecto sobre la trayectoria del pie y el aspecto general del movimiento.
Ejemplo: Analizar cómo cambia la trayectoria del pie al aumentar la longitud del paso en un 25 % en un patrón de marcha predefinido.
2. Comparación de interpolaciones: se aplican distintos métodos de interpolación (lineal, cúbica, etc.) entre poses clave para observar las diferencias en las trayectorias generadas.
Ejemplo: Generar dos trayectorias entre dos posiciones de marcha utilizando interpolación lineal y cúbica, y comparar visualmente el resultado en el simulador.
3. Diseño de nuevos patrones de marcha: a partir de una configuración base, se pide a los alumnos que defina una trayectoria original respetando ciertas restricciones, como número de pasos, duración del ciclo y altura del levantamiento del pie.
Ejemplo: Crear un patrón de marcha de tipo “marcha rápida” en el que el tiempo de cada paso sea inferior al del patrón original y el pie alcance mayor altura en fase de vuelo.

4. Conclusiones y trabajos futuros

Este trabajo ha presentado una herramienta de simulación basada en el robot *Robonova-I*, orientada a su integración en contextos docentes. La implementación modular en MATLAB y la posibilidad de modificar parámetros clave permiten su uso tanto en prácticas dirigidas como en proyectos abiertos.

Desde el punto de vista educativo, el simulador facilita la comprensión de conceptos avanzados de robótica mediante visualización directa y experimentación. Su carácter accesible lo convierte en un recurso útil para asignaturas de grado.

Como trabajos futuros se propone:

- Reorientación del sistema de coordenadas para adoptar convenciones más habituales en robótica: eje Z positivo hacia arriba y eje X en la dirección de avance, de forma que los planos sagital y frontal correspondan a XZ y YZ respectivamente.
- Implementación de los brazos a la simulación.

- Extensión del modelo para incluir equilibrio dinámico. Implementación de un modelo dinámico simplificado basado en el péndulo invertido con altura constante del centro de masas, como alternativa ligera para el análisis de estabilidad durante la marcha (Kajita et al., 2014).
- Evaluación de interpolaciones de orden cinco (tipo *s-curve*) para garantizar continuidad en aceleración y minimizar el jerk en las trayectorias generadas.
- Implementación de una interfaz gráfica que permita la modificación de parámetros del simulador.
- Adaptación del entorno a simulación 3D o realidad aumentada.
- Integración con hardware real para validar las trayectorias generadas.

Referencias

Ali, M. A., Park, H. A., Lee, C. S. G., 10 2010. Closed-form inverse kinematic joint solution for humanoid robots. In: 2010 IEEE/RSJ International Confe-

rence on Intelligent Robots and Systems. IEEE, pp. 704–709.
DOI: 10.1109/IR0S.2010.5649842

Gotor, J. P., 2005. Algoritmos de geometría diferencial para la locomoción y navegación bípedas de robots humanoides. Ph.D. thesis, Universidad Carlos III de Madrid, tesis doctoral, Madrid, España.

Kajita, S., Hirukawa, H., Harada, K., Yokoi, K., 2014. Introduction to Humanoid Robotics. Springer.

Limón, R. C., 2009. Estrategias de modelado cinemático y simulación en robots humanoides. Master's thesis, Cinvestav.

Lynch, K. M., Park, F. C., 2017. Modern robotics. Cambridge University Press.

MathWorks, I. T., 2025. MATLAB.

Mejía, S. G., Scarpetta, J. M. R., Rodríguez, E. J. A., 1 2014. Técnicas de control para el balance de un robot bípedo: un estado del arte. Revista Tecnura 19, 139.
DOI: 10.14483/udistrital.jour.tecnura.2015.1.a10

Tsagarakis, N., Medrano-Cerda, G., Caldwell, D., Dallali, H., Brown, M., 2010. Modelling and simulation of the locomotion of humanoid robots. In: UKACC International Conference on Control 2010. Institution of Engineering and Technology, pp. 704–709.
DOI: 10.1049/ic.2010.0367

Vukobratović, M., Stepanenko, J., 10 1972. On the stability of anthropomorphic systems. Mathematical Biosciences 15, 1–37.
DOI: 10.1016/0025-5564(72)90061-2